

# Meccanica applicata alle macchine

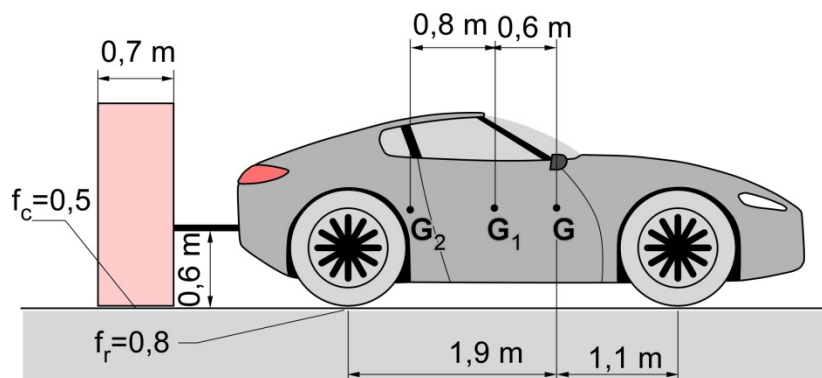
Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano

Ed.: De Agostini

## Esercizio 5.20

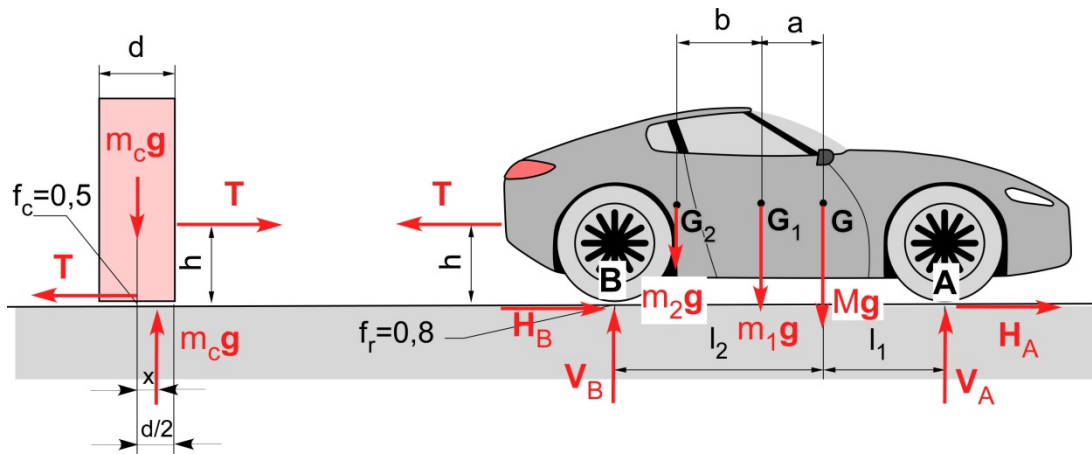
I passeggeri seduti sui sedili anteriori del veicolo hanno una massa totale  $m_1 = 160 \text{ kg}$  e baricentro in  $G_1$ , mentre la massa di quelli seduti sul sedile posteriore è  $m_2 = 140 \text{ kg}$  con baricentro in  $G_2$ ; la massa a vuoto dell'autovettura è  $m = 2600 \text{ kg}$ , con baricentro in  $G$ . Assumendo che il veicolo abbia 4 ruote motrici di raggio di rotolamento  $r=370 \text{ mm}$  e che il motore sia in grado di sviluppare una coppia motrice sufficiente a far slittare entrambi gli assi:

- determinare il massimo carico che può essere trascinato a velocità costante (verificare che il carico non si ribalti)
- determinare la minima coppia motrice alle ruote e la relativa ripartizione sui due assi nell'ipotesi che entrambi gli assi si trovino simultaneamente in condizioni limite di aderenza



## Svolgimento

Il sistema si può dividere in due corpi, dei quali è possibile tracciare il diagramma del corpo libero come mostrato nella figura seguente.



Si scrivano le equazioni di equilibrio del veicolo:

$$\rightarrow + \quad \sum F_x = 0 \quad -T + H_A + H_B = 0 \quad (1)$$

$$\uparrow + \quad \sum F_y = 0 \quad V_A + V_B - (M + m_1 + m_2)g = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_z = 0 \quad T \cdot h - V_B(l_1 + l_2) + m_2 g \cdot (l_1 + a + b) + m_1 g \cdot (l_1 + a) + Mg \cdot l_1 = 0 \quad (3)$$

che rappresenta un sistema di 3 equazioni nelle 5 incognite  $T$ ,  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $H_A$ ,  $H_B$ ; per ottenere la soluzione è necessario aggiungere le condizioni di slittamento su entrambi gli assi:

$$H_A = f_r \cdot V_A \quad (4)$$

$$H_B = f_r \cdot V_B \quad (5)$$

Ora il sistema (1-5) può essere risolto; dall'equazione (2) si ricava:

$$V_A + V_B = (M + m_1 + m_2)g = 28\,449 \text{ N} \quad (6)$$

Inoltre, sostituendo la (6) nella (1) e tenendo conto di (4) e di (5):

$$H_A + H_B = f_r (V_A + V_B) = f_r (M + m_1 + m_2)g = 22\,759 \text{ N} \quad (7)$$

$$T = H_A + H_B = 22\,759 \text{ N} \quad (8)$$

per cui, dalla (3):

$$V_B = \frac{T \cdot h + m_2 g \cdot (l_1 + a + b) + m_1 g \cdot (l_1 + a) + Mg \cdot l_1}{l_1 + l_2} = 15\,938 \text{ N} \quad (9)$$

e quindi a questo punto si trova facilmente:

$$V_A = (M + m_1 + m_2)g - V_B = 12\,511 \text{ N} \quad (10)$$

$$H_A = f_r \cdot V_A = 10\,009 \text{ N} \quad (11)$$

$$H_B = f_r \cdot V_B = 12\,750 \text{ N} \quad (12)$$

Pertanto, in condizioni limite di slittamento su entrambi gli assi contemporaneamente, le coppie richieste valgono:

$$C_{ant} = H_A \cdot r = 3\,703 \text{ Nm} \quad (13)$$

$$C_{post} = H_B \cdot r = 4\,717 \text{ Nm} \quad (14)$$

Quindi il motore deve sviluppare una coppia tale che alle ruote essa valga almeno:

$$C_{ruote} = C_{ant} + C_{post} = 8\,421 \text{ Nm} \quad (15)$$

e la ripartizione della stessa sui due assi deve essere pari a:

$$C_{ant} [\%] = \frac{C_{ant}}{C_{mot}} = 44 \% \quad (16)$$

$$C_{post} [\%] = \frac{C_{post}}{C_{mot}} = 56 \% \quad (17)$$

Passando a considerare lo strisciamento tra blocco e terreno, si trova che in condizioni di aderenza limite deve essere:

$$T = f_c \cdot m_c g \quad (18)$$

da cui si ricava:

$$m_c = \frac{T}{f_c \cdot g} = 4\,640 \text{ kg} \quad (19)$$

Scrivendo l'equilibrio alla rotazione della massa trascinata, si deduce che, essendo il punto di applicazione della reazione interno alla base, il blocco non subisce ribaltamento; infatti:

$$\sum M_z = 0 \quad T \cdot h = m_c g \cdot x \quad (20)$$

$$x = \frac{T \cdot h}{m_c g} = 0,30 \text{ m} < \frac{d}{2} = 0,35 \text{ m} \quad (21)$$

In conclusione, la vettura può trasportare (a velocità costante) un carico massimo di circa **4 640 kg**; a tal fine, tuttavia, il motore deve essere in grado di sviluppare una coppia alle ruote pari ad almeno **8 421 Nm** e questa deve essere esattamente ripartita al **44%** sull'asse anteriore ed al **56%** sull'asse posteriore, altrimenti i 2 assi non slittano contemporaneamente come ipotizzato e la trazione risulta inferiore. Va anche tenuto conto che in ogni caso una massa superiore alle 4 tonnellate non risulterebbe compatibile con la struttura del veicolo e con il codice della strada.