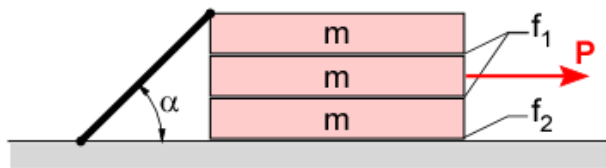


Meccanica applicata alle macchine

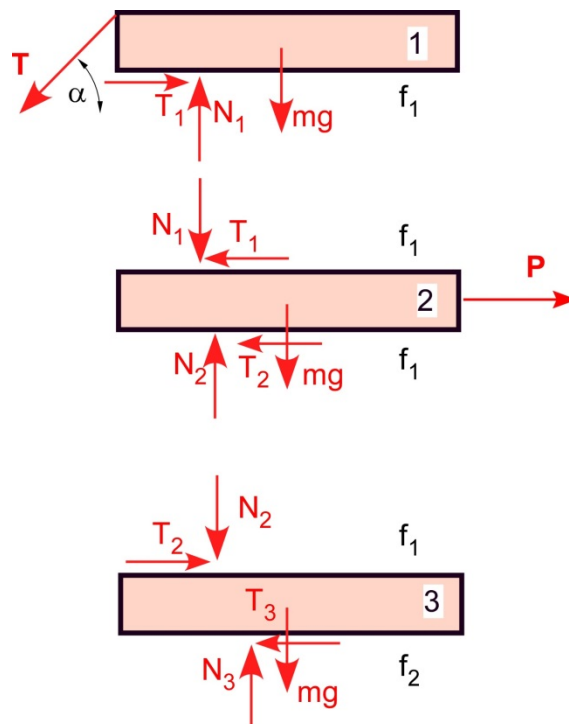
Massimo Callegari, Pietro Fanghella e Francesco Pellicano
Ed.: De Agostini

Esercizio 5.14

Tre assi in legno di massa $m=25\text{ kg}$ ciascuna sono impilate come mostrato in figura: la superiore è vincolata al terreno mediante una fune inclinata di $\alpha=45^\circ$. Conoscendo il coefficiente di attrito $f_1=0,7$ tra le assi di legno e quello $f_2=0,5$ con il terreno, determinare la minima forza \mathbf{P} che è necessario applicare all'asse mediana per estrarla dalla catasta.



Svolgimento



La figura precedente mostra il diagramma di corpo libero delle 3 assi; per ciascuna di esse possono essere scritte le 2 equazioni di equilibrio alle traslazioni, mentre l'equilibrio alle rotazioni non viene scritto in quanto utile solo a determinare il punto di applicazione delle reazioni verticali risultanti (che non risulta di interesse):

$$\text{asse 1:} \quad \begin{cases} -mg - T \sin \alpha + N_1 = 0 \\ -T \cos \alpha + T_1 = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{asse 2:} \quad \begin{cases} -N_1 - mg + N_2 = 0 \\ -T_1 - T_2 + P = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{asse 3:} \quad \begin{cases} -N_2 - mg + N_3 = 0 \\ T_2 - T_3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Le equazioni precedenti costituiscono un sistema di 6 equazioni nelle 8 incognite:

$$N_1, N_2, N_3, T_1, T_2, T_3, T, P$$

che può essere riorganizzato nel modo seguente:

$$\begin{cases} N_1 = T \sin \alpha + mg \\ N_2 = T \sin \alpha + 2mg \\ N_3 = T \sin \alpha + 3mg \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} T_1 = T \cos \alpha \\ T_2 = P - T \cos \alpha \\ T_3 = P - T \cos \alpha \end{cases} \quad (5)$$

È evidente che per risolvere il sistema occorre aggiungere ancora 2 equazioni. A tal fine si imponga di trovarsi in uno dei 2 casi limite seguenti.

1) scorre solo l'asse mediana (rispetto all'asse inferiore ed a quella superiore)

Si possono allora aggiungere le 2 equazioni seguenti:

$$\begin{cases} T_1 = f_1 N_1 \\ T_2 = f_1 N_2 \end{cases} \quad (6)$$

Risolvendo si trova:

$$\begin{cases} T = \frac{f_1}{\cos \alpha - f_1 \sin \alpha} mg = 809 \text{ N} \\ P = \frac{3 \cos \alpha - f_1 \sin \alpha}{\cos \alpha - f_1 \sin \alpha} mg = 1316 \text{ N} \end{cases} \quad (7)$$

2) scorrono le 2 assi inferiori (come un corpo unico, rispetto al terreno ed all'asse superiore)

Si possono allora aggiungere le 2 equazioni seguenti:

$$\begin{cases} T_1 = f_1 N_1 \\ T_3 = f_2 N_3 \end{cases} \quad (8)$$

In questo caso si trova:

$$\begin{cases} T = \frac{f_1}{\cos \alpha - f_1 \operatorname{sen} \alpha} mg = 809 \, N \\ P = \left[3f_2 + \frac{\cos \alpha + f_2 \operatorname{sen} \alpha}{\cos \alpha - f_1 \operatorname{sen} \alpha} f_1 \right] mg = 1226 \, N \end{cases} \quad (9)$$

Pertanto, con riferimento al secondo caso, quando si applica una forza di trazione di 1226 N si estraggono le 2 assi inferiori.